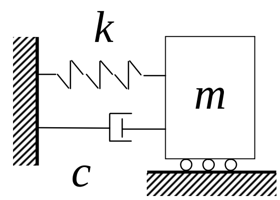
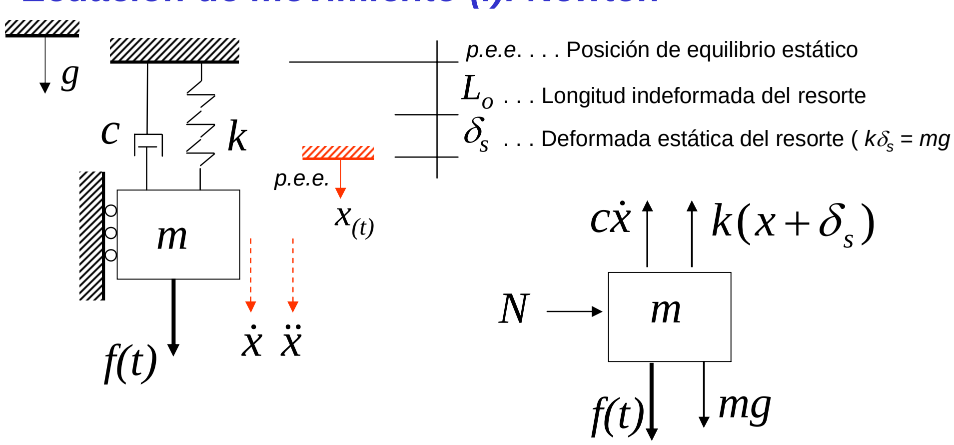
Un sistema masa – resorte - amortiguador está formado por:

- *Una masa*, en donde se concentra toda la masa e inercia del sistema (energía cinética)
- *Un resorte*, donde se concentra toda la rigidez / flexibilidad del sistema (energía potencial elástica)
- *Un amortiguador viscoso lineal*, donde se concentran todas las fuentes de disipación de energía del sistema (energía de disipación)



Ecuación de movimiento (i): Newton



Ecuación diferencial, ordinaria, de 2[do] *orden, lineal, no-homogénea*

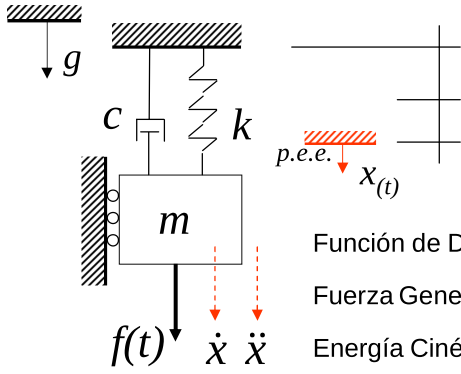
$$m\ddot{x}_{(t)} + c\dot{x}_{(t)} + kx_{(t)} = f_{(t)}$$

Condiciones iniciales:

$$x_{(t=0)} = \mathrm{x}_0$$

$$\dot{x}_{(t=0)} = \mathrm{v}_0$$

Ecuación de movimiento (ii): Lagrange



L_o . . . Longitud indeformada del resorte

δ_s . . . Deformada estática del resorte ($k\delta_s = mg$)

p.e.e. = Posición de equilibrio estático

Función de Disipación $D = \frac{1}{2} c\,\dot{x}^2$

Fuerza Generalizada $Q_x = f_{(t)}$

Energía Cinética $T = \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2$

Energía Potencial $U = -mg(\delta_s + x) + \frac{1}{2} k(\delta_s + x)^2$

$$Q_x = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$$

$$m\ddot{x}_{(t)} + c\dot{x}_{(t)} + kx_{(t)} = f_{(t)}$$

Condiciones iniciales: $x_{(t=0)} = \mathrm{x}_0$, $\dot{x}_{(t=0)} = \mathrm{v}_0$

Ecuación diferencial, ordinaria, de 2do orden, lineal, no-homogénea

I. Introducción
II. Sistema de 1-GDL
Descripción
Ec. de movimiento
Resp. libre
Resp. forzada
III. Sistemas de *N*-GDL
IV. Medición / diagnóstico
V. Bibliografía

Ecuación de movimiento (iii)

Definiendo:

- *Frecuencia natural del sistema*: [r/s] $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- *Factor de amortiguación*: [adimensional] $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \geq 0$

La ecuación de movimiento se expresa:

$$\ddot{x}_{(t)} + 2\zeta\omega_n\dot{x}_{(t)} + \omega_n^2 x_{(t)} = \frac{f_{(t)}}{m}$$

Respuesta Libre (i)

Ecuación de movimiento: $\ddot{x}_{(t)} + 2\zeta\omega_n \dot{x}_{(t)} + \omega_n^2 x_{(t)} = 0$

Sol. propuesta: $x_{(t)} = Ae^{\lambda t}$

Ecuación característica: $\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$

Valores de λ en función de ζ: $\lambda = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$

- *Sist. sub-amortiguado* (oscila)

$$0 \le \zeta < 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\zeta\omega_n \pm i\omega_d \qquad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Frecuencia natural amortiguada

- Sist. críticamente-amortiguado (no oscila)

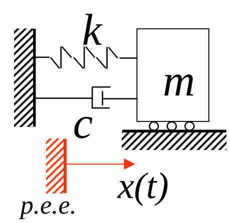
$$\zeta = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\omega_n$$

- Sistema sobre-amortiguado (no oscila)

$$\zeta > 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Respuesta Libre (ii)

$$\lambda = -\zeta\omega_n \pm i\omega_d$$



Solución:

$$x_{(t)} = e^{-\zeta\omega_n t}\left[A_1 Cos(\omega_d t) + A_2 Sen(\omega_d t)\right]$$

Dependen de las condiciones iniciales $x_{(t=0)} = x_0$

$$\dot{x}_{(t=0)} = v_0$$

$$A_1 = x_0$$

$$A_2 = \frac{v_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d}$$